8 - 1 - 13

ТЕТРАДЬ

для регионального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по математике (I тур)
ученицы 8 класса
МБОУ „Лицей №21" школы г. Курска
Смолокуровой Алёны Игоревны

I тур Шифр: 8-1-13

№ задачи	Баллы	Подписи членов жюри
1	0	[signature]
2	7	С. Шеси...
3	3	[signature]
4	0	[signature]

Сумма:

№ 8.1.

Одинаковые результаты при умножении одного из написанных чисел на сумму трёх остальных могут получиться лишь в случае, когда все числа, записанные на доске, равны. (При условии, что ни одно из них не равно нулю).

Предположим, что на доске написаны четыре двойки:

2 2 2 2.

Теперь каждую из них умножим на сумму остальных:

2 2 2 2

12 12 12 12.

Квадрат 12 равен 144.

А квадраты равных чисел так же равны.

2 2 2 2

12 12 12 12

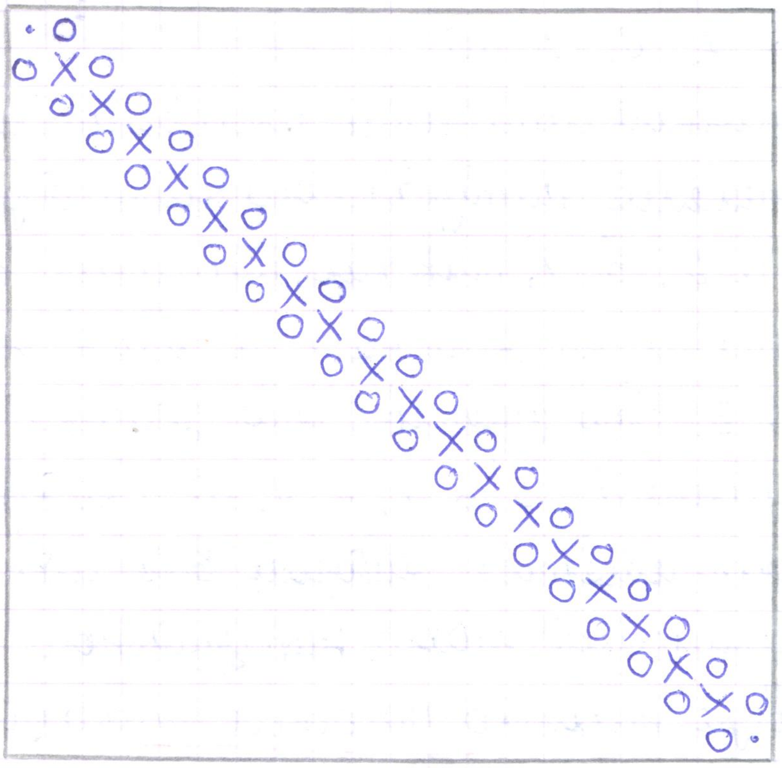
144 144 144 144.

Что и требовалось доказать.

№ 8.2

~~Вставив~~ Вырезав клетки (x) самой длинной диагонали*, при этом не вырезая угловые клетки (так как в диагонали 20 клеток, а вырезать разрешено 18) и расставив ладьи (о), мы получим максимальное число ладей – 38.

* Самой длинной диагональю называется диагональ, соединяющая противоположные углы доски.



Мы выбрали диагональное вырезание клеток, так как тогда ладьи не смогут стоять на одной горизонтали или вертикали, не считая случаев, когда они расположены через вырезанную клетку.

№ 8.3

Возьмём n = 12. Запишем его собственные делители:

2, 3, 4, 6.

Запишем всевозможные попарные суммы:

5, 6, 7, 8, 9, 10.

В данной ситуации собственными делителями натурального числа будут ещё и 2, 3, 4, так как, например 8 делится и на 2, и на 4, а 6 и 9 делятся на 3. Это значит, что данный (полученный „5, 6, 7, 8, 9, 10") набор чисел не будет являться набором всех собственных делителей любого натурального числа.

Проведя несколько похожих операций с n = 18; n = 24; n = 57, мы установили то же самое: получаемый набор чисел не является набором всех собственных делителей любого натурального числа.

Подумав ещё немного, мы понимаем, что в условии не случайно написано: „не меньше трёх". Ведь из этих трёх чисел в любом случае окажутся либо 2 нечётных, либо 2 чётных. А сумма и двух чётных, и двух нечётных чисел равна чётному числу.

Любое чётное число делится на 2.
А в получаемом ряду цифра 2 просто не может быть, так как 2 - это 1+1, однако собственный делитель должен быть больше 1. (Мы не рассматриваем случай 2 = 0 + 2, так 0 не является делителем какого-либо числа)

Выходит, что получаемый набор сумм собственных делителей числа n не может оказаться набором всех собственных делителей какого-либо натурального числа.

Что и требовалось доказать.

№ 8.4.

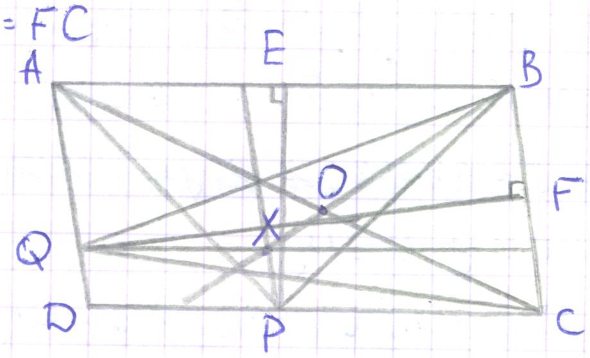
Дано:
ABCD - четырехугольник (выпуклый)
$PE \perp AB$, $AE = EB$

$QF \perp BC$, $BF = FC$

$\angle APB = \angle BQC$

$QX \parallel AB$

$PX \parallel BC$



Доказать:

BX делит AC

на $AO = OC$

8 - 2 - 13

ТЕТРАДЬ

для региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике (II тур)

ученицы 8 класса

МБОУ „Лицей № 21" школы г. Курска

Смолокуровой Алёны Игоревны

II тур Шифр: 8-2-13

№ задачи	Баллы	Подписи членов жюри
1	7	СШеси
2	4	
3	0	
4	0	

Сумма: 11

№ 8.5

Вася имеет возможность ~~пом~~ помешать Пете ~~от~~ независимо от его [Петиных] ходов, так как Вася может ломать одну и ту же палочку всё время (пренебрегая физикой).

Петя же за свои (18:2) 9 ходов не успеет сделать 20 палочек (10·2) меньше 1 см, даже если посчитать, что Вася „возьмёт на себя" одну из этих двадцати.

№ 1.6.

Наибольшее число зрителей после момента T могло проголосовать лишь в том случае, когда рейтинг T максимальный. (Чтобы он мог уменьшаться как можно больше.) Максимальный рейтинг в данной системе оценивания равен 10. (Максимальная оценка (10) разделить на минимальное количество людей, которое её может поставить (1)).

Рассмотрим несколько случаев.

Как мы уже поняли, $T = 10$.

Предположим, что:

I. В начале проголосовал только один человек:

$T = \frac{10}{1} = 10$

После добавления голоса второго человека рейтинг T уменьшится на 1 единицу и станет рейтингом T_1, чтобы найти количество баллов, которое поставил второй человек, умножим 9 на 2 и вычтем первоначальное количество баллов.

$T_1 = \frac{18}{2} = 9$

$T > T_1$ на $10 - 9 = 1$.

T_2 будет равен $8 \times 3 - 18 = 24 - 18 = 6$

$T_2 = \frac{24}{3} = 8$

T_3 аналогично:

$T_3 = \frac{28}{4} = 7$

$T_4 = \frac{30}{5} = 6$

На этом моменте нужно остановиться, так как количество баллов в рейтинге T_5 будет равно 30, так же, как и в T_4.
А так как человек не может поставить 0 баллов, то в данном случае максимальное количество зрителей после момента T равно 4.

II. В начале проголосовало 9 человек.

$T = \frac{90}{9} = 10$

$T_1 = \frac{90}{10} = 9$

Аналогично с первым случаем, зритель не может поставить 0.

Из этого мы делаем вывод, что чем меньше человек проголосовало в начале, тем больше зрителей смогут проголосовать после момента Т. ⇒

ответ: наибольшее количество зрителей, которое могло проголосовать после момента Т равно 4.

№ 8.8.

Для того, чтобы кони били все свободные клетки доски, нужно всего 80 коней (х), которые будут располагаться таким образом. почему

Остальные 140 коней (220 - 80) можно было поставить куда угодно? в начале игры и так же спокойно убрать 20. Но при условии: не трогать те 80 коней, о которых мы сказали в начале.

Что и требовалось доказать.