8 - 1 - 9

ТЕТРАДЬ

для регионального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике (1 тур)

ученицы 8 класса

МОУ №11 школы г. Железногорска

Макухиной Анастасии Вадимовны

I тур Шифр: 8-1-9

№ задачи	Баллы	Подписи членов жюри
1	6	
2	1	
3	2	
4	0	

Сумма:

№ 8.1

Пусть x, y, z и a – четыре числа на доске $(x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0, a \neq 0)$, тогда

$x(y+z+a) = y(z+a+x) = z(a+x+y) = a(x+y+z)$

$x(y+z+a) = y(z+a+x)$

$\cancel{xy} + xz + xa = yz + ya + \cancel{yx}$

$z(x-y) + a(x-y) = 0$

$(x-y)(z+a) = 0$

$x-y=0$ или $z+a=0$

?

1) $x-y=0$

$x = ay \Rightarrow x^2 = y^2$

$z(a+x+y) = a(x+y+z)$

$\cancel{za} + zx + zy = ax + ay \cancel{+az}$

$x(z-a) + y(z-a) = 0$

$(z-a)(y+x) = 0$

$2yy^2 \cdot (z-a) = 0$

$2yy^2 = 0$ или $z - a = 0$

$y = 0,$ $\quad z = a \Rightarrow z^2 = a^2$

что не верно

$x(y+z+a) = a(x+y+z)$

$x(x+2a) = a(a+2x)$

$x^2 \cancel{+2ax} = a^2 \cancel{+2ax}$

$x^2 = a^2$, значит $x^2 = y^2 = z^2 = a^2$

2) $z + a = 0$

$z = -a \Rightarrow z^2 = a^2$

$(z-a)(y+x) = 0$

$2z \cdot (y+x) = 0$

$2z = 0$ или $y + x = 0$

$z = 0,$ $\quad y = -x \Rightarrow y^2 = x^2$

что не верно

$x(y+z+a)=a(x+y+z)$

$x(-x-a+a)=a(x-x-a)$

$-x^2=-a^2$

$x^2=a^2$, значит $x^2=y^2=z^2=a^2$

№ 8.3

Предположим, что полученный набор оказался набором собств. дел. числа m.

Пусть наименьший собственный делитель числа n – x.

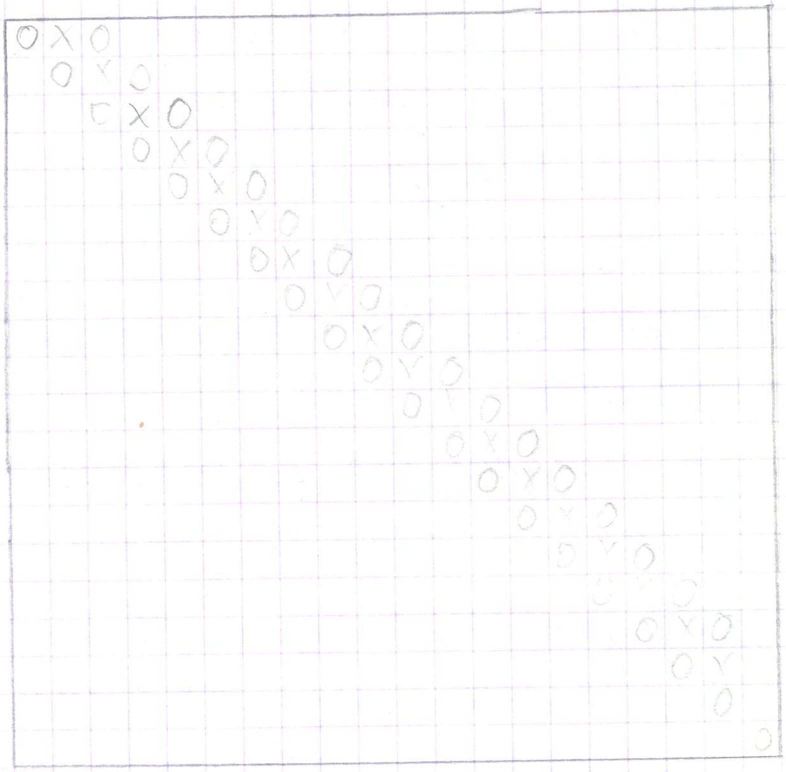
Т.к. собственных делителей у числа n не менее трёх, то ~~существуют~~ помимо x существуют ещё собственные делители кратные x, обозначим их yx, y_1x, y_2x....

~~Если сложим попарно все собственные делители кратные x~~

Если сложим попарно все собственные делители кратные x, то полученные суммы будут делиться на x, ~~но ни один из полученных собст собственных делителей не равен~~ x значит x является собственным делителем числа m ⇒

x равен сумме ~~собст~~ двух собственных делителей числа n, чего быть не может т.к. x наименьший собств. дел. n, значит предположили не верно и полученный набор чисел не мог оказаться набором всех собственных делителей натурального числа.

№ 8.2



о – ладья

х – вырез. клетка

Ответ: 37 ладей 38 ладей.

8-2-9

ТЕТРАДЬ

для региональный этап всероссийской олимпиады школьников по математике (2 тур)

ученицы 8 класса

МОУ № 11 школы г. Железногорска

Макухиной Анастасии Вадимовны

II тур Шифр: 8-2-9

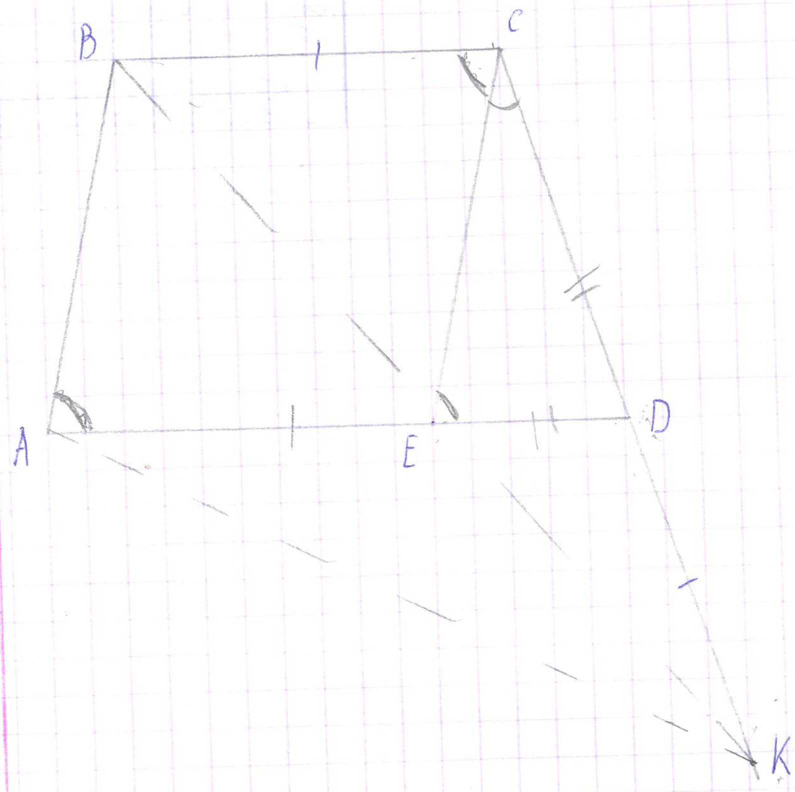
№ задачи	Баллы	Подписи членов жюри
1	7	[illegible]
2	7	[illegible]
3	7	[illegible]
4	0	[illegible]

Сумма: 21

№ 8.7

Дано: $ABCD$ – трап., $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle A + \angle D$, $DK = BC$.

Д-ать: $AK = BK$



Док-во:

1) ~~$\angle B = \angle A + \angle D$~~,

Т.к. $BC \parallel AD$, то $\angle B + \angle A = 180°$; $\angle C + \angle D = 180°$.

$$\left.\begin{aligned} \angle B &= \angle A + \angle D \\ \angle B + \angle A &= 180° \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 2\angle A + \angle D &= 180° \\ \angle C + \angle D &= 180° \end{aligned}\right\} \Rightarrow \angle C = 2\angle A$$

2) Проведём $CE \parallel AB$, т.к. $BC \parallel AD$, то $ABCE$ - параллелограм $\Rightarrow AE = BC$, $\angle CED =$

$= \angle A.$

3) $BC \parallel AD \Rightarrow \angle CED = \angle ECB = \angle A.$

4) $\angle ECB = \angle A$, $\angle C = 2\angle A$, $\angle C = \angle ECB + \angle ECD$

$\Rightarrow \angle ECD = \angle A.$

5) $\angle CED = \angle ECD \Rightarrow ED = CD.$

6) $AE = BC = DK$, $CD = ED$, $AD = AE + ED$, $CK =$

$= CD + DK \Rightarrow AD = CK$

7) $BC \parallel AD \Rightarrow \angle BCD = \angle ADK.$

8) $\angle BCD = \angle ADK$, $AD = CK$, $DK = BC \Rightarrow$

$\triangle BCK = \triangle KDA$ (по 1ому пр.) $\Rightarrow BK = AK$

ч.т.д.

№ 8.5

Вася добьётся своей цели.

Стратегия:

1) Не отламывать палочек короче 1см.

2) При появлении палочек короче 1см ломать их.

Д-во: у Пети и Васи по 9 ходов, если Вася не будет отламывать палочек короче 1см, то Петя отломает максимум 9 таких палочек.

№ 8.6

Заметим, что при увеличении кол-ва зрителей на 1 и ~~х~~ уменьшении среднего балла на 1 общее кол-во баллов сначала увеличивается на чётные (нечётные) баллы по убывающей ~~от~~ 10 и до 0 (~~от~~ 9 и до 1), а потом уменьшается на чётные (нечётные) баллы по возрастающей ~~от~~ 0 и до 10 (от 1 и до 9).

	кол-во баллов	зрит.	ср. балл
	30	3	10
+6	36	4	9
+4	40	~~4~~ 5	8
+2	42	6	7
+0	42	7	6
−2	40	8	5
−~~0~~4	36	9	4
−6	30	10	3
−8	22	11	2
−10	12	12	1

	кол-во баллов	зрит	ср. балл
	20	2	10
+7	27	3	9
+5	32	4	8
+3	35	5	7
+1	36	6	6
−1	35	7	5
−3	32	8	4
−4	27	9	3
−5			

-7	20	10	2
	11	11	1

Т.к. кол-во баллов уменьшаться не может, то и ср. балл ~~ум~~ может уменьшаться на 1 до тех пор, пока кол-во баллов увелич., либо не меняется.

Нечётных баллов 5, а чётных 6, значит после момента T при увелич. на нечётное проголосуют максимум 4 зрителя, а при увелич. на чётное – максимум 5.

Пример:

№ зрит.	его балл	средн. балл
1	10	10
2	8	9
3	6	8
4	4	7
5	2	6
6	0	5

Ответ: 5 зрителей.