

Ак

8-1-8  
ТЕТРАДЬ

для регионального этапа

Всероссийской олимпиады школьников по  
математике (I тур)

ученицн 8 класса

МБОУ "Лицей №6" школы г. Журжа

ЛАЗАРЕВА Галина ЕВГЕНЬЕВНА

I тур

Шифр:

8-1-8

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Юго-Западный государственный университет»

ЧИСТОВИК

| № задачи | Баллы | Подписи членов жюри |
|----------|-------|---------------------|
| 1        | 4     | С. Шесин            |
| 2        | 1     | С. Шесин            |
| 3        | 6     | С. Шесин            |
| 4        | 0     | С. Шесин            |

Сумма:

№ 8.1

Так как  $a(b+c+d) = b(a+c+d)$ , то

$$ab + ac + ad = ab + bc + bd$$

$$ab - ab + ac + ad - bc - bd = 0$$

$$ac + ad - bc - bd = 0$$

$$d(a-b) + c(a-b) = 0$$

$$(a-b)(d+c) = 0.$$

Следовательно, либо  $a-b=0$ , тогда  $a=b$ ,  
либо  $d+c=0$ , тогда  $d=-c$

Раз  $c(a+b+d) = d(a+b+c)$ , то

$$ca + cb + cd = da + db + dc$$

$$cd - dc + ca + cb - da - db = 0$$

$$a(c-d) + b(c-d) = 0$$

$$(c-d)(a+b) = 0$$

Значит, либо  $c-d=0$ , тогда  $c=d$ ,  
либо  $a+b=0$ , тогда  $a=-b$

$$b(a+c+d) = c(a+b+d)$$

$$ba + bc + bd = ca + cb + cd$$

$$bc - cb + ba + bd - ca - cd = 0$$

$$a(b-c) + d(b-c) = 0$$

$$(b-c)(a+d) = 0$$

либо  $b-c=0 \Rightarrow b=c$ , либо  $a+d=0 \Rightarrow$

$$a = -d$$

$$a(b+c+d) = d(a+b+c)$$

$$ab + ac + ad = ad + bd + dc$$

$$ab + ac + ad - ad - bd - dc = 0$$

$$b(a-d) + c(a-d) = 0$$

$$(b+c)(a-d) = 0$$

$$\text{либо } b+c=0 \Rightarrow b=-c, \text{ либо } a-d=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=d$$

Имеем: если  $a=b$ , то  $c=bd$ . При этом

возможно два случая исхода: если  $b=c$ ,

то  $a=d$  и  $a=b=c=bd$ , а значит

$$a^2 = b^2 = c^2 = d^2, \text{ а если } a=-d, \text{ и}$$

$$b=-c, \text{ то все равно } a^2 = d^2, b^2 = c^2 \Rightarrow$$

$$a^2 = b^2 = c^2 = d^2. \text{ Рассмотрим два остав-$$

шиеся случаи при  $d=-c, \Rightarrow a=-b$

$$\text{либо } b=c, a=d \Rightarrow d^2 = c^2; a^2 = b^2; b=c \Rightarrow$$

$$a^2 = c^2 = b^2 = d^2. \text{ либо } a=-d \text{ и } b=-c$$

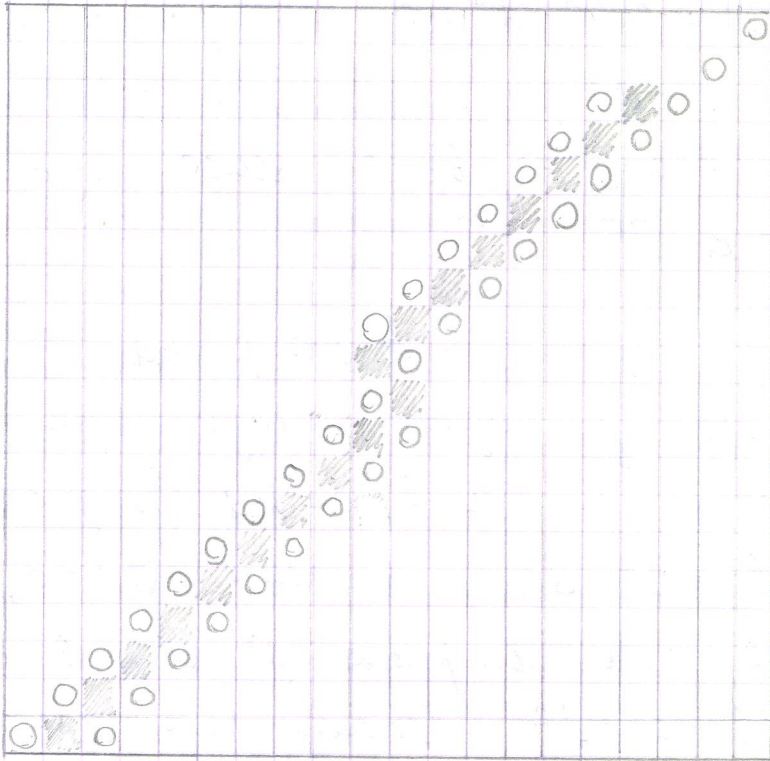
$$\Rightarrow a^2 = d^2; b^2 = c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 = c^2 = d^2$$

ч.м.г.

№ 8.2

○ - ладья

▨ - вырезанная  
клетка



Не больше 36, так как между  
каждыми стоящими на одной горизонтали  
или вертикали ладьями должна быть  
вырезана клетка  $\Rightarrow$  при 37 потребуется  
уже 19 вырезанных клеток. как минимум  
38 ладей, надо вырезать клетки одной  
из главных диагоналей.

15.

№ 8.3 Если число делится только на 1 или само себя, то у него нет собственных делителей. Остальные же числа обязательно делится либо на 2, либо на 3, либо на 5 <sup>7-? и др-?</sup> без остатка. Следовательно мы должны были бы получить при сложении делителей этого числа ( $n$ ) 2, 3 и 5, это бы полученный набор чисел мог оказаться набором всех собственных делителей какого-то натурального числа. Но  $2^n$  это либо сумма  $1+1$ , либо  $2+0$ , а любой собственной делитель больше 1. Таким же образом  $3^n$  это либо  $2+1$  либо  $0+3$ , не может получиться при сложении собственных делителей. Если же это число делится на 5, но не на два и 3, то получаем противоречие, ведь  $5^n$  это  $2+3$ , всего собственных делителей у  $n$  ~~бы~~ не меньше трех, значит оно должно делится

и на некое " $a+2^k$ " и " $a+3^k$ "

и если  $a$  (третий собственной

делитель) четное, то " $a+3^k$ " - чет, а " $a+2^k$ " - да,

а если нечетное, то " $a+2^k$ " - чет, а " $a+3^k$ " - да.

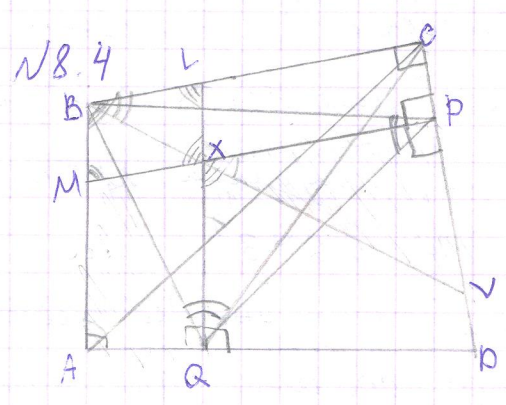
следовательно это число должно делиться на некое четное число, а значит

и на 2, что, как мы уже установили невозможно.  $\Rightarrow$  Полученный набор чисел

не мог оказаться набором всех собственных делителей

какого натурального числа.

т.т.д.



$$\left. \begin{array}{l} 1) \angle XPD = \angle BCP = 90^\circ \\ 2) \angle BLC = \text{общий} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle LBC \sim \triangle LXP$$

$$\angle BCM = \angle CPF = 90^\circ \text{ (т.к. } \angle \text{ )}$$





8-2-8

ТЕТРАДЬ

для региональный этап Всероссийской  
олимпиады школьников (по математике (II тур))

ученицот 8 класса

МБОУ, Лицей №6 школы г. Курск

ЛАЗАРЕВА ГАЛИНА ЕВГЕНЬЕВНА

II тур

Шифр:

8-2-8

| № задачи | Баллы | Подписи членов жюри |
|----------|-------|---------------------|
| 1        | 0     | Смелов              |
| 2        | 4     | Алекс               |
| 3        | 0     | Сот                 |
| 4        | 0     | Сот                 |



Сумма:

4 Сот

8.6 Если бы рейтинг фильма был в момент  $T$ , тем большее количество зрителей могло проголосовать после момента  $T$ . Высший рейтинг 10, следовательно до момента  $T$  все зрители должны были голосовать таким образом, чтобы каждая их оценка была равна 10 баллам.

Тогда же момента  $T$  рейтинг должен быть равен 9 (по условию). При этом возможны лишь перечисленные варианты:

$$\frac{10+8}{2} = 9 \quad (\text{2 зрителя, первый поставил 10 баллов, а второй 8})$$

$$\frac{20+7}{3} = 9 \quad (\text{первые 2 зрителя дали оценку оркестру 10 баллов, а последний 7})$$

$$\frac{30+6}{4} = 9, \quad \frac{40+5}{5} = 9, \quad \frac{50+4}{6} = 9, \quad \frac{60+3}{7} = 9,$$

$$\frac{70+2}{8} = 9, \quad \frac{80+1}{9} = 9, \quad \frac{90+0}{10} = 9$$

Т.к. при 11 проголосовавших будет уже противоречие, ведь чтобы вывести рейтинг 9, нужно суммарное количество баллов равное 99, а предшествующие 10 человек, которые должны отдать по 10 баллов каждый уже имеют суммарное количество баллов равное 100.

Далее имеем:

$$\frac{18+6}{3} = 8, \quad \frac{27+5}{4} = 8, \quad \frac{36+4}{5} = 8, \quad \frac{45+3}{8} = 8,$$

$$\frac{54+2}{7} = 8, \quad \frac{63+1}{8} = 8, \quad \frac{72+0}{9} = 8$$

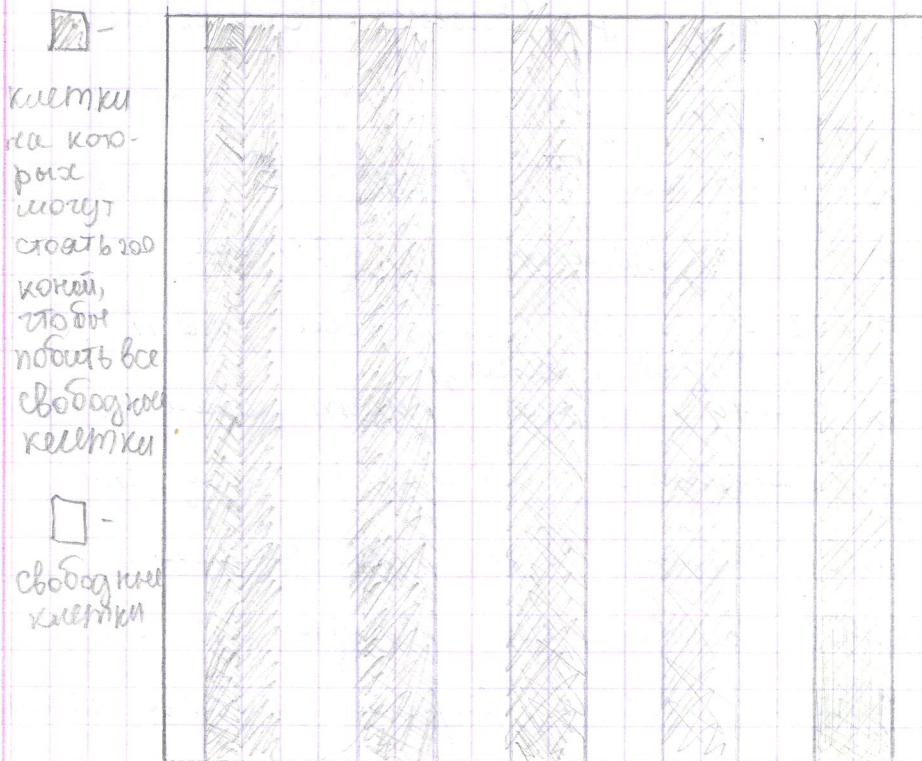
Остальные варианты исключаются т.к. они  $\geq 8$  или  $\leq 8$ .

Рассуждая таким образом приходим к выводу, что наибольшее количество людей, которые могут проголосовать после момента  $T$  равно  $6$ , при условии, что момент  $T$  наступит когда один человек и его голос был равен  $10$  баллам.

№ 8.5 Победит Вася, Если Вася будет шпатель всегда одну из меньших палочек, потому что таким образом Петя не хватит  $1$  разломов, чтобы все палочки после  $18$  разломов были короче одного сантиметра. (До того как одна из палочек не станет равна  $0,6125$  см, Вася

практически будет помогать Лете, но  
потом у них останется 14 разломов  
помогки такой длины, что меньше,  
чем за 16 ходов нельзя получить все  
помогки короче 1 см.

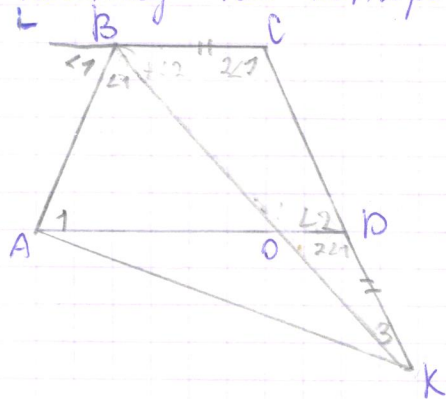
№ 8.8



Всего 400 клеток, значит когда на поле находится 220 коней, свободных клеток на поле останется 180. Каждый конь

бьет одну клетку, следовательно 20 коней участка не прикипят. Но когда мы уберем 20 из них, то свободных клеток станет 200. Каждый конь будет бить одну из клеток, следовательно кони будут бить все свободные

клетки, если уберут 20 таких коней, которые отвечают за клетку, за которую отвечали еще один или несколько коней и за клетку на которой стояли они тоже отвечали 2 коня.



Дано: т.т.д.  
ABCD - трапеция

$$AD \parallel BC$$

$$\angle B = \angle A + \angle D$$

$$(\angle 1 + \angle 2)$$

$$DK = BC$$

D - т.т.д.

$$AK = BK$$

### Доказательство

- 1)  $\angle C = \angle 2$  (как соответственные при  $BC \parallel AD$ ,  $BD$  - секущей)

2)  $\angle 3$  - обцый

Уз 1) 2)  $\Rightarrow \triangle BKC \sim \triangle OKC$

$$\Rightarrow \frac{BC}{OB} = \frac{CK}{OK} = \frac{BK}{OK}$$

$$BC = BK$$

$$CK = CO + OK$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{OB} = \frac{CO + BK}{OK} = \frac{CO + BC}{BC}$$

$$BC^2 = OB \cdot CO + OB \cdot BC$$

$$BC(BC - OB) = CO \cdot OB$$

$$\angle 1 + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\angle 1 = \frac{180^\circ - \angle 2}{2}$$

$$\angle 2 = 180^\circ - 2\angle 1$$

$$\Rightarrow \angle B = 180^\circ - \angle 1$$

$$\angle C = 2\angle 1$$

$$\angle COA = 180^\circ - 2\angle 1$$