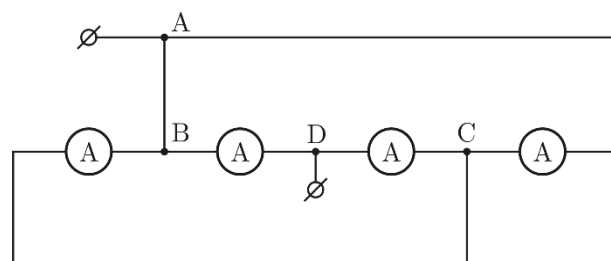
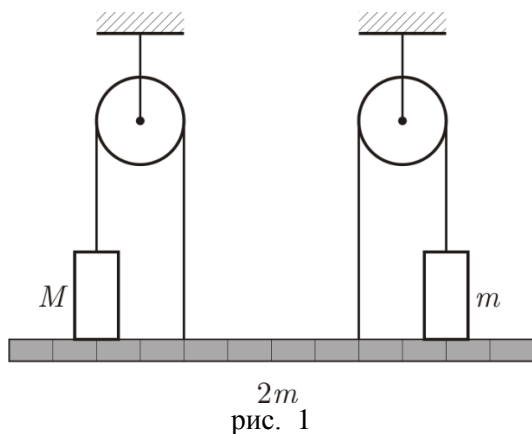


## 9 класс

### Задача 1. Постоянная планка

В системе (рис.1) найдите величины сил, с которыми грузы действуют на однородную планку. При каких значениях массы  $M$  возможно равновесие грузов на планке? Нити и блоки невесомы. Трения нет. Масса  $m$  известна.



### Задача 2. Карлсон уже не тот

Однажды у Карлсона заглох моторчик, и он начал падать вертикально вниз с постоянной скоростью  $v_1 = 6$  м/с. После ремонта моторчик стал развивать постоянную силу тяги. Из-за этого, при вертикальном подъеме Карлсон выходил на скорость  $v_2 = 3$  м/с. С какой постоянной скоростью он двигался в горизонтальном полете? Считать силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости. Карлсон, будучи в меру упитанным, одинаково обтекаем во всех направлениях.

### Задача 3. Амперметры

Из четырёх одинаковых амперметров собрали электрическую цепь (рис. 2), которую подключили к источнику с небольшим напряжением. Определите силу тока, текущего через переключку АВ (сопротивление переключки и соединительных проводов много меньше сопротивления амперметра), если сумма показаний всех амперметров  $I_0 = 49$  мА.

### Задача 4. Полёт

Величина скорости камня, брошенного с горизонтальной плоскости под углом к горизонту, через время  $\tau = 0,5$  с после броска составляла  $\alpha = 80\%$  от величины начальной скорости, а ещё через  $\tau$  соответственно  $\beta = 70\%$ .

- 1) Найдите продолжительность  $T$  полёта камня.
- 2) На каком расстоянии  $S$  от места броска упал камень?

Ускорение свободного падения  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, сопротивлением воздуха можно пренебречь.

### Задача 5. Положение Солнца

На листе с приведённой фотографией (рис. 3) восстановите положение Солнца и верхнего края забора. Все построения проводите непосредственно на выданном листе с фотографией и по окончании тура сдайте его вместе с работой. В своей тетради приведите необходимые пояснения.

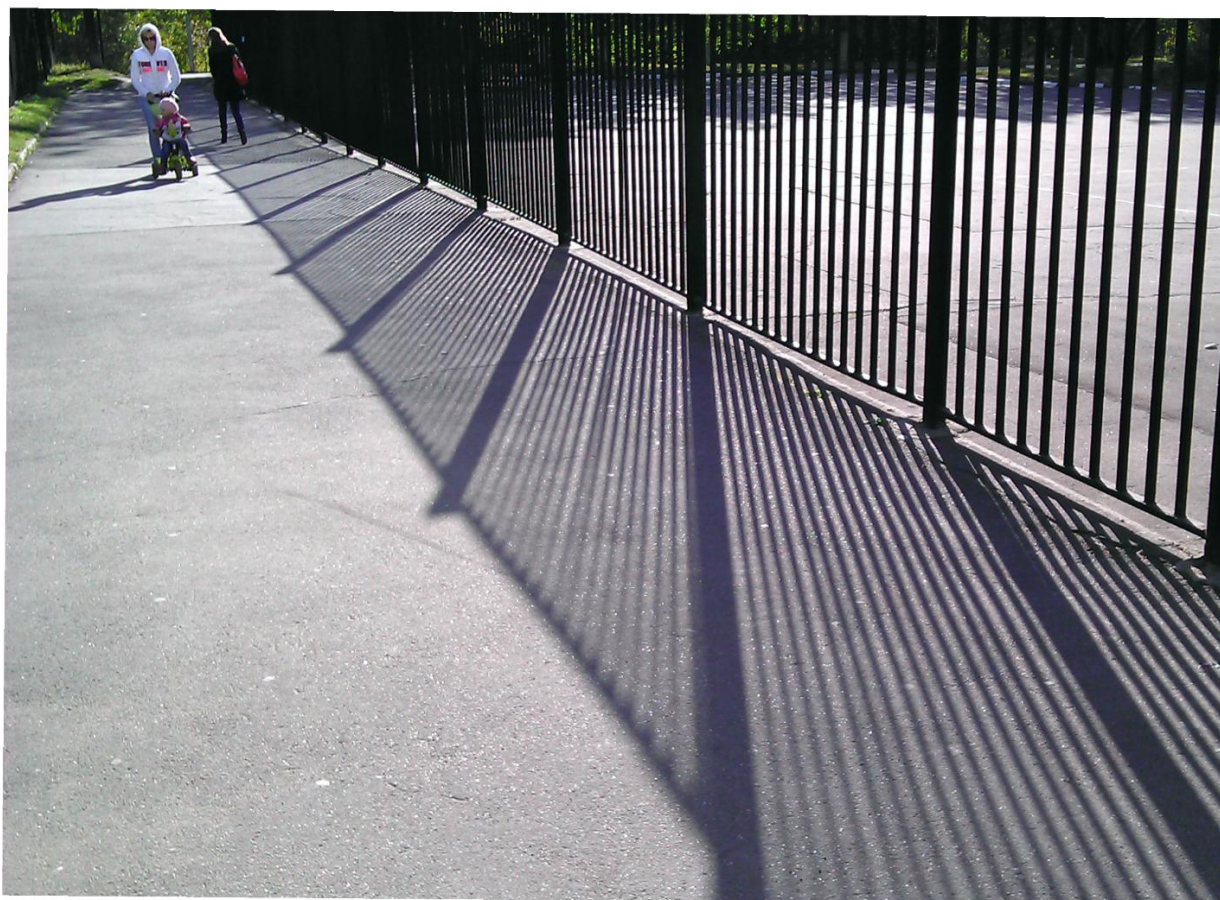
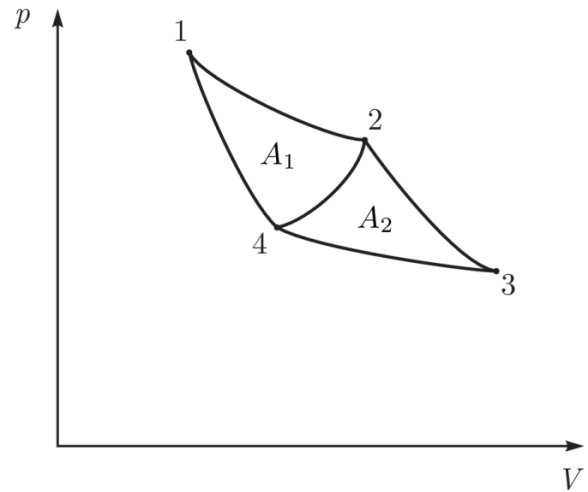
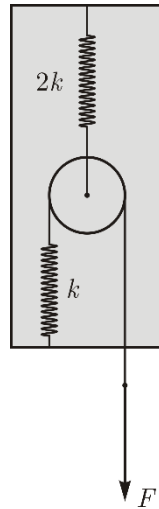


рис. 3

## 10 класс

### Задача 1. Ящик с пружинами

Внутри черного ящика находятся две легкие пружины с жесткостями  $k$  и  $2k$ , связанные легкой нерастяжимой нитью, и легкий подвижный блок (рис. 4). В начальном состоянии, внешняя сила  $F = 6$  Н, приложенная к свободному концу нити, обеспечивает деформацию нижней пружины  $x = 1$  см. Какую минимальную работу  $A$  должна совершить внешняя сила, чтобы сместить вниз свободный конец нити ещё на  $x$ ?



### Задача 2. Два в одном

На  $pV$ -диаграмме (рис. 5) изображены три замкнутых процесса, происходящих с идеальным газом: 1-2-4-1, 2-3-4-2 и 1-2-3-4-1. На участках 1-2 и 3-4 температура газа постоянна, а на участках 2-3 и 4-1 газ теплоизолирован. Известно, что в процессе 1-2-4-1 совершается работа  $A_1 = 5$  Дж, а в процессе 2-3-4 — работа  $A_2 = 4$  Дж. Найдите коэффициент полезного действия процесса 1-2-3-4, если коэффициенты полезного действия процессов 1-2-4 и 2-3-4 равны.

### Задача 3. Приключения пробирки

Пробирку длиной  $l = 35$  см, перевернули вверх дном и полностью погрузили в ртуть так, что дно пробирки касается поверхности жидкости (пробирка вертикальна). При этом жидкость заполнила часть пробирки длиной  $h = 4$  см. Затем пробирку медленно подняли вверх так, что её нижний край оказался чуть ниже поверхности ртути (пробирку из ртути не вынимали). Считайте, что в процессе подъема температура воздуха в пробирке не менялась и оставалась равной  $T_0 = 300$  К. Затем температуру воздуха в пробирке изменили, и ртуть вновь заполнила часть пробирки длиной  $h$ . Найдите конечную температуру  $T$  воздуха в пробирке. Атмосферное давление  $p_0 = 760$  мм рт. ст.

#### Задача 4. Сложный сплав

Из сплава с линейно изменяющимся от расстояния удельным сопротивлением изготовлены два проводника с вдвое отличающимся сечением. Удельное сопротивление с одной стороны каждого из проводников равно  $\rho_1$ , а с другой  $\rho_2$ . Их противоположными сторонами соединили параллельно и подключили к идеальному источнику с напряжением  $U$ , а к центрам цилиндров подключили идеальный вольтметр (рис. 6). Найдите показание  $V$  вольтметра.

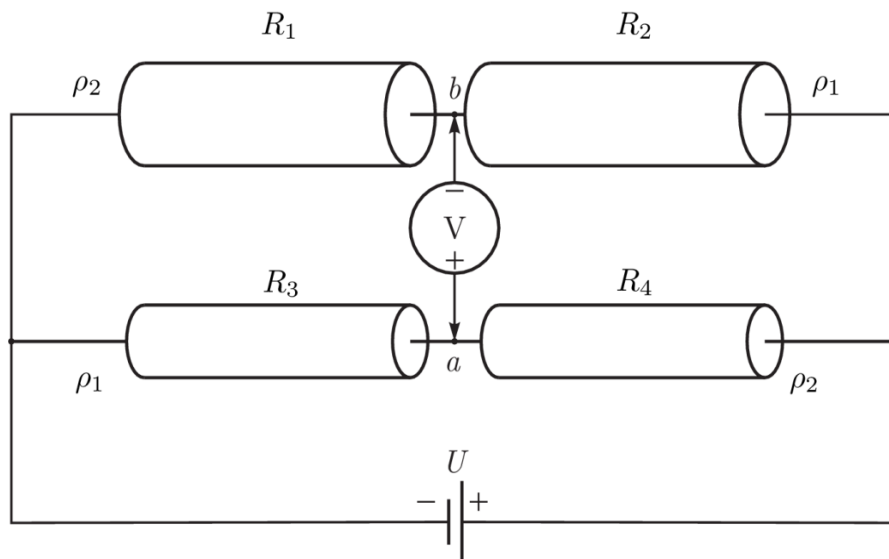


рис. 6

#### Задача 5. Две шайбы

На гладкой горизонтальной поверхности находятся две одинаковые гладкие шайбы радиуса  $R$ . Одной из шайб сообщают скорость  $v_0$  вдоль оси  $x$  (рис. 7). При каком значении прицельного параметра  $d$  проекция на ось  $y$  скорости второй шайбы после абсолютно упругого удара максимальна?

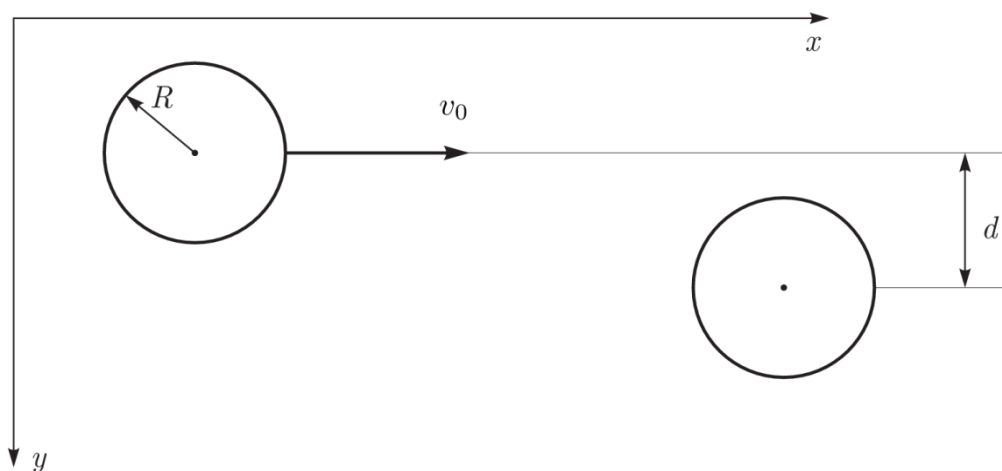


рис. 7

## 11 класс

### Задача 1. Ускорение доски

На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска длиной  $L$  и массой  $M$ . На краю доски покоится небольшой брусок. На брусок начинает действовать постоянная горизонтальная сила, так что он движется вдоль доски с ускорением, которое больше ускорения доски. Найдите ускорение, с которым двигалась доска, если за время движения по ней бруска выделилось количество теплоты  $Q$ .

### Задача 2. Маятник

Маленький шарик колеблется на лёгкой нерастяжимой нити в поле тяжести  $g$  с большой угловой амплитудой  $\alpha$ . Найдите величину ускорения, с которым движется шарик в те моменты времени, когда величина силы натяжения в 4 раза больше ее минимальной величины. При каких значениях  $\alpha$  возможна такая ситуация?

### Задача 3. Перезарядка конденсаторов

Три одинаковых конденсатора ёмкостью  $C$ , резистор сопротивлением  $R$  и диод включены в схему, представленную на рис. 8. Вольтамперная характеристика диода представлена на рис. 9. Первоначально левый (на рисунке) конденсатор заряжен до напряжения  $U_0$ , при этом заряд верхней пластины — положительный. Два других конденсатора не заряжены, ключ разомкнут. Затем ключ замыкают.

Определите:

1. напряжение на конденсаторах через большой промежуток времени после замыкания ключа;
2. тепло, которое выделится в схеме к этому моменту времени;
3. тепло, выделившееся к этому моменту на диоде;
4. тепло, выделившееся к этому моменту на резисторе.

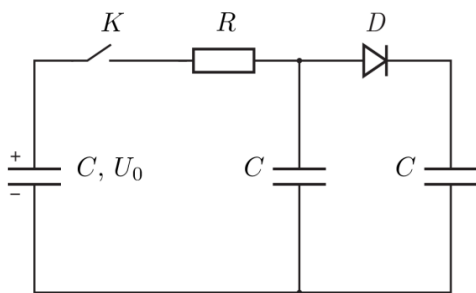


рис. 8

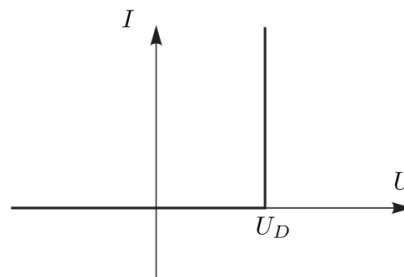


рис. 9

### Задача 4. Циклический процесс

На рис. 10 представлен график циклического процесса. Рабочее тело - многоатомный идеальный газ. Найдите КПД этого процесса.

*Примечание:* процесс с постоянной теплоёмкостью  $C$  называется политропическим и для идеального газа задаётся уравнением

$$pV^{\frac{c_p - C}{c_v - C}} = \text{const},$$

где  $C_p$  — теплоёмкость газа при постоянном давлении, а  $C_v$  — теплоёмкость газа при постоянном объёме.

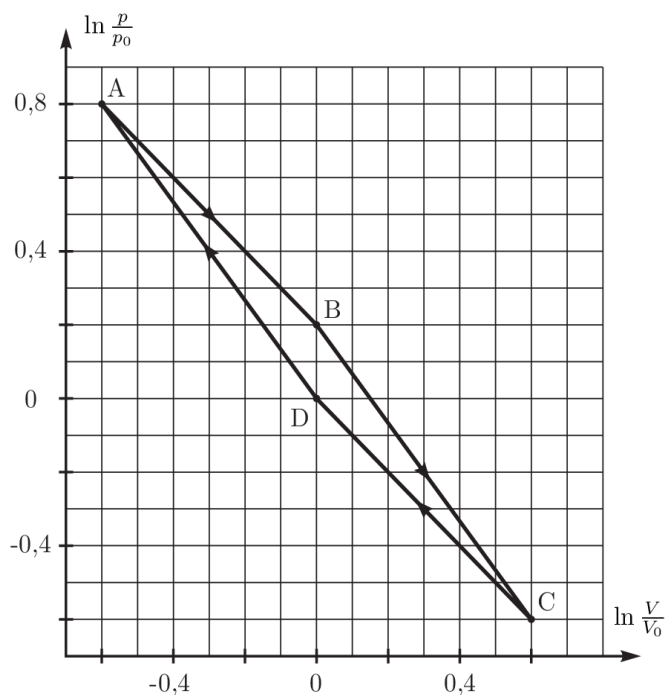


рис. 10

### Задача 5. Провисла-натянулась

На гладкой горизонтальной плоскости находятся три бруска, массы которых равны  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ . На рис. 11 приведён вид сверху. Упругая лёгкая резинка связывает бруски 1 и 2 и проходит через блок, прикреплённый к бруску 3. Трения в системе нет. Исходно бруски неподвижны, а резинка чуть провисает. Бруску 3 ударом (мгновенно) сообщают скорость  $V$ .

1. Найдите скорости брусков в момент, когда растяжение резинки наибольшее.
2. Какими будут скорости брусков, когда резинка снова провиснет?
3. В случае, когда  $V = 1$  м/с,  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 2$  кг,  $m_3 = 3$  кг найдите скорость  $v_3$  третьего бруска, когда растяжение резинки наибольшее.

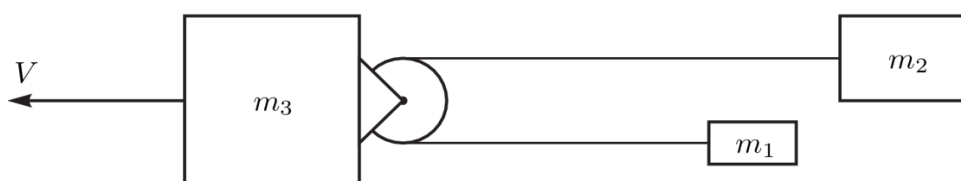


рис. 11

## Возможные решения

### 9 класс

#### Задача 1. Постоянная планка

Равновесие возможно, если существуют отличные от нуля силы реакции грузов и планки и силы натяжения нитей. Для нахождения сил натяжения рассмотрим только внешние силы, действующие на систему грузы+блоки+планка. Правила моментов относительно точек  $O_1$  и  $O_2$ , лежащих на линиях действия сил натяжения верхних нитей (рис. 12), имеют вид:

$$Mgx + 2T_2 6x = 2mg 3x + mg 7x \quad (\text{относительно точки } O_1),$$

$$mgx + 2T_1 6x = 2mg 3x + Mg 7x \quad (\text{относительно точки } O_2).$$

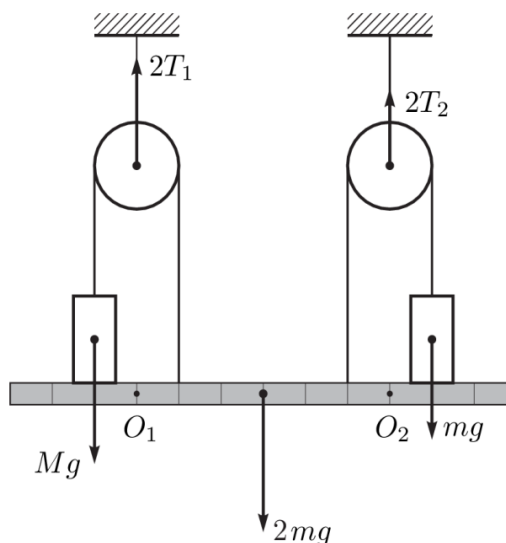


рис. 12

Откуда  $T_1 = \frac{5m + 7M}{12} g$ ,  $T_2 = \frac{13m - M}{12} g$ .

Видно, что левая нить не провисает при любых массах  $M$ , а правая натянута при  $M < 13m$ . Запишем условия равновесия для каждого из грузов в отдельности:

$$Mg = T_1 + N_1,$$

$$mg = T_2 + N_2.$$

Откуда с учетом выражений для сил натяжения силы реакции равны:  $N_1 = 5(M - m)g / 12$  и  $N_2 = (M - m)g / 12$ . Положительные значения сил реакции будут только при  $M > m$ .

Окончательно, равновесие системы возможно для  $m \leq M < 13m$ .

#### Примерные критерии оценивания

Проанализированы условия равновесия .....	1 балл
Записаны уравнения моментов для системы (для планки) .....	2 балла
Получено условие для натянутых нитей .....	2 балла
Уравнения равновесия грузов .....	2 балла
Условия сохранения контакта грузов и планки .....	2 балла
Явно записан диапазон значений для $M$ .....	1 балл

## Задача 2. Карлсон уже не тот

По условию сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости, то есть задаётся формулой  $kv^2$ . При свободном падении сила тяжести равна силе сопротивления:

$$mg = kv_1^2, \quad \text{откуда} \quad k = \frac{mg}{v_1^2}.$$

Обозначим силу тяги моторчика после ремонта  $F_T$ . При вертикальном взлёте сила тяги равна сумме силы тяжести и силы сопротивления:

$$F_T = mg + kv_2^2 = mg \left( 1 + \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right).$$

При горизонтальном полёте сила тяги компенсирует силу тяжести, направленную вертикально и силу сопротивления, направленную горизонтально:

$$F_T^2 = mg^2 + kv_3^2^2 = mg^2 \left( 1 + \left( \frac{v_3}{v_1} \right)^4 \right).$$

Из приведённой выше системы уравнений найдём  $v_3$ :

$$v_3 = \sqrt[4]{v_2^2 v_2^2 + 2v_1^2} = 5,19 \text{ м/с}.$$

### Примерные критерии оценивания

За второй закон Ньютона для свободного падения.....	2 балла
Выражена сила тяги при вертикальном взлёте.....	3 балла
Выражена сила тяги при горизонтальном полёте .....	3 балла
Получен ответ в символьной форме .....	1 балл
Числовой ответ .....	1 балл

## Задача 3. Амперметры

Пронумеруем амперметры слева направо (

рис. 13) и изобразим эквивалентную схему (рис. 14). Поскольку все амперметры одинаковые, одинаковы и их внутренние сопротивления. Значит,  $I_1 = I_4 = I$ ,  $I_3 = I_1 + I_4 = 2I$ . Обозначим внутреннее сопротивление амперметра  $r$ , тогда напряжение источника равно

$$U = I_1 r + I_3 r = 3Ir = I_2 r, \quad \text{откуда} \quad I_2 = 3I.$$

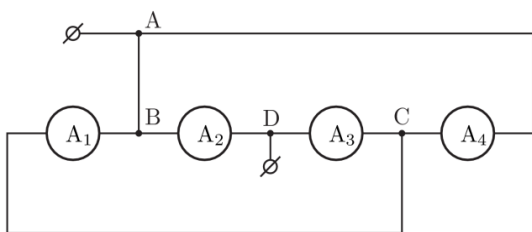


рис. 13

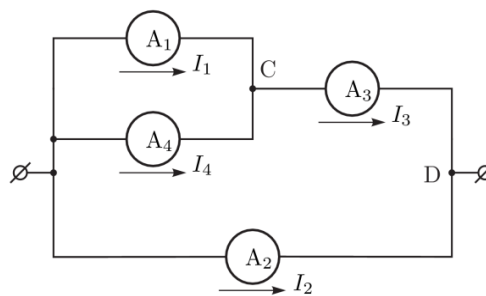


рис. 14



По условию  $I_0 = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 7I$ , откуда  $I = I_0/7 = 7$  мА. Искомая сила тока через перемычку АВ  $I_{AB} = I_1 + I_2 = 4I = 28$  мА.

*Примерные критерии оценивания*

Указано, что все амперметры имеют равные внутренние сопротивления .....	1 балл
Найдена сила тока $I_1$ .....	2 балла
Найдена сила тока $I_2$ .....	2 балла
Указано, что $I_{AB} = I_1 + I_2$ .....	2 балла
Найдена сила тока $I_{AB}$ .....	3 балла

**Задача 4. Полёт**

Пусть  $v_{x0}$  — проекция скорости камня в начальный момент на горизонтальную ось, а  $v_{y0}$  — на вертикальную. Если пренебречь сопротивлением воздуха, то проекция скорости камня на горизонтальную ось сохраняется, а проекция на вертикальную ось будет изменяться по закону

$$v_y(t) = v_{y0} - gt.$$

Величина скорости камня в любой момент может быть найдена по формуле

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0} - gt}^2.$$

По условию

$$\begin{aligned} v(\tau) &= \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0} - g\tau}^2 = \alpha \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}, \\ v(2\tau) &= \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0} - 2g\tau}^2 = \beta \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}. \end{aligned} \tag{1}$$

Решая эту систему, найдём  $v_{x0} = 21,1$  м/с,  $v_{y0} = 21,7$  м/с. Время полёта  $T = 2v_{y0}/g = 4,4$  с, расстояние от места броска до места падения  $S = v_{x0}t_{\text{п}} = 93$  м.

*Примерные критерии оценивания*

Указано, что горизонтальная проекция скорости постоянна.....	1 балл
Уравнение для вертикальной проекции скорости.....	1 балл
Система (1) или аналогичная ей.....	2 балла
Формула для времени полёта $t_{\text{п}} = 2v_{y0}/g$ .....	1 балл
Формула $l = v_{x0}t_{\text{п}}$ .....	1 балл
Найдена величина времени падения с точностью не хуже 5%.....	2 балла
(если точность 6-10% даётся 1 балл, если точность хуже баллов не даётся)	
Найдено расстояние от точки броска до падения с точностью не хуже 5%.....	2 балла
(если точность 6-10% даётся 1 балл, если точность хуже баллов не даётся)	

### Задача 5.

Световые лучи распространяются прямолинейно. Слева на фотографии запечатлены несколько людей вместе с отбрасываемыми ими тенями. Полностью видна тень девушки в чёрном плаще. Через вершины её головы и тени проведём прямую 1, на которой будет лежать изображение Солнца (рис. 15). Тоже справедливо, например, для ребёнка в коляске и его тени. Если на фотографии тень от какого-нибудь прута забора и прут лежат на одной прямой, то на этой же прямой находится изображение Солнца. Найдём на фотографии наиболее подходящий прут и проведём через него линию 2. На пересечении линий 1 и 2 лежит изображение Солнца. Обозначим эту точку  $S$ . Зная положение Солнца, можно восстановить положение верхнего края забора. Проведём прямую через верхушку тени, отбрасываемой одним из столбов, и точку  $S$ . Проведём также прямую, являющуюся продолжением этого столба. На пересечении двух этих прямых лежит вершина столба (точка  $A$ ). Аналогичным образом можно найти вершину другого столба (точка  $B$ ) и через две этих точки провести прямую, соответствующую верхнему краю столба. Эта прямая должна также проходить через точку  $S$  — пересечение прямых, являющихся продолжениями тени верхнего края забора и нижнего края забора. Эта точка также может быть использована для восстановления верхнего края забора.

#### *Примерные критерии оценивания*

Проведена прямая 1 .....	2 балла
Проведена прямая 2 .....	2 балла
Отмечено положение Солнца .....	1 балл
Отмечена вершина одного из столбов .....	2 балл
Отмечена вершина другого столба либо точка $S$ .....	2 балла
Проведена линия соответствующая верхнему краю забора .....	1 балл

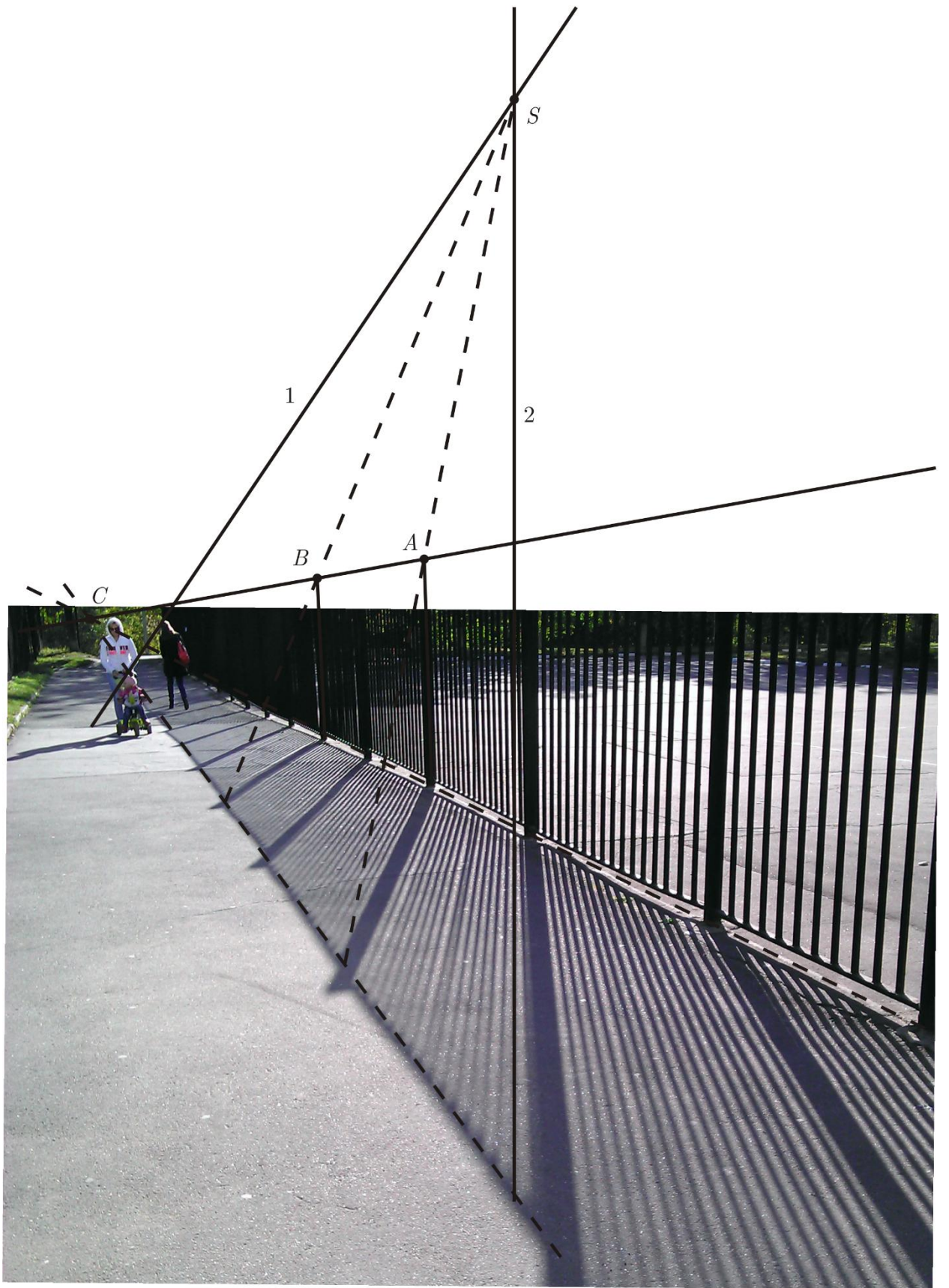


рис. 15

## 10 класс

### Задача 1. Ящик с пружинами

Из-за блока сила, растягивающая верхнюю пружину вдвое больше. Тогда, по закону Гука, деформации верхней и нижней пружин одинаковы:  $F = kx$ ,  $2F = 2kx$ . Пусть при смещении свободного конца на  $x$  вниз растяжение верхней пружины увеличивается на  $y$ . При этом блок опустится вниз на  $y$ . Как было показано, растяжение нижней пружины также равно  $y$ . Поскольку нить нерастяжима  $x = 3y$ .

Внешняя сила сначала равна  $F = kx$ , в конце  $F_1 = k(x + y) = (4/3)kx = (4/3)F$  и линейно зависит от  $x$ . Работу этой силы найдём как площадь под графиком  $F(y)$ :

$$A = \frac{F + F_1}{2} x = \frac{7}{6} Fx.$$

#### Примерные критерии оценивания

Найдена связь между силами натяжения нижней и верхней пружины .....	2 балла
Найдена связь между $x = 3y$ .....	3 балла
Записана зависимость $F(y)$ .....	1 балл
Получен ответ .....	4 балла

### Задача 2. Два в одном

В процессе 1-2-4-1 на участке 1-2 к газу подводят количество теплоты  $Q_1$ , а на участке 2-4 газ отдаёт количество теплоты  $Q$ . В процессе 2-3-4-2 на участке 4-2 к газу подводят количество теплоты  $Q$ , а на участке 3-4 газ отдаёт количество теплоты  $Q_2$ . В процессе 1-2-3-4-1 на участке 1-2 к газу подводят количество теплоты  $Q_1$ , а на участке 3-4 газ отдаёт количество теплоты  $Q_2$ . В процессах 1-2-4-1 и 2-3-4-2 газ (рабочее тело) проходит один и тот же участок 2-4, но в разных направлениях, поэтому в одном цикле на этом участке совершается положительная, а в другом такая же по величине, но отрицательная работа. Отсюда следует, что  $A = A_1 + A_2$ .

По определению коэффициента полезного действия

$$\eta_1 = \frac{A_1}{Q_1}, \quad \eta_2 = \frac{A_2}{Q}.$$

Поскольку  $\eta_1 = \eta_2$ , то  $Q = A_2/A_1 Q_1$ . По закону сохранения энергии для цикла 1-2-4-1  $A_1 = Q_1 - Q$ . Откуда

$$Q_1 = \frac{A_1^2}{A_1 - A_2}.$$

Зная работу  $A$  и тепло  $Q_1$ , можно найти искомый КПД

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2} = 18\%.$$

*Примерные критерии оценивания*

Связь между работами $A = A_1 + A_2$ .....	2 балла
Связь между количествами теплоты $Q = A_2/A_1 Q_1$ .....	3 балла
Выражение для работы $A_1 = Q_1 - Q$ .....	2 балла
Конечный ответ .....	3 балла

**Задача 3. Приключения пробирки**

Пусть площадь  $S$  внутреннего сечения пробирки (перпендикулярного её оси). Проверим, не выходит ли часть воздуха из пробирки при её (почти полном) извлечении из ртути. В конечном состоянии объем воздуха не может превышать объема пробирки (иначе часть воздуха выйдет), а давление не может превышать атмосферного (давление равно атмосферному, если она будет заполнена в конечном положении целиком и меньше атмосферного, если в ней есть жидкость). Таким образом, по закону Бойля-Мариотта получаем условие:

$$p_{\text{нач}} V_{\text{нач}} = p_{\text{кон}} V_{\text{кон}} \leq p_0 V_{\text{пробирки}}, \text{ т.е. } p_{\text{нач}} V_{\text{нач}} \leq p_0 V_{\text{пробирки}} \text{ откуда } (p_0 + \rho g(l-h))(l-h) - p_0 l \leq 0$$

Это условие не выполняется! Поэтому мы приходим к выводу, что за время подъема часть воздуха из пробирки выходит. После подъема пробирки она будет целиком заполнена воздухом при атмосферном давлении. Запишем для этого случая уравнение состояния для воздуха в пробирке:

$$p_0 V_0 = \rho g H \cdot l S = \nu R T_0. \tag{1}$$

После изменения температуры уравнение состояния примет вид:

$$\rho g (H-h) \cdot (l-h) S = \nu R T. \tag{2}$$

Поделив уравнение (2) на (1) получим:

$$T = T_0 \frac{(H-h)(l-h)}{Hl} \approx 252 \text{ К} \rightarrow -21 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Если не учесть выход воздуха из пробирки, то получается **неправильный ответ**:

$$T = T_0 \frac{H-h}{H+(l-h)} = 202 \text{ К} = -71 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Заметим, что температура плавления ртути  $-38,8 \text{ }^\circ\text{C}$ . Поэтому такая ситуация вряд ли реализуется.

*Примерные критерии оценивания*

Показано, что часть воздуха выходит из пробирки .....	3 балла
Записаны необходимые уравнения состояния.....	2 балла
Получен ответ .....	5 баллов
Решения, в которых не учтён выход воздуха из пробирки, оцениваются из 3 баллов.	

#### Задача 4. Сложный сплав

Сопротивление проводника длиной  $L$  и площадью поперечного сечения  $S$ , удельное сопротивление которого линейно изменяется с расстоянием от  $\rho_l$  до  $\rho_r$  можно найти по формуле:

$$R = \frac{\rho_l + \rho_r}{2} \frac{l}{S}. \quad (2)$$

Для нахождения показания вольтметра мысленно разобьём каждый проводник посередине на два последовательно соединённых (рис. 16). Применим для них формулу (2):

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2 + (\rho_1 + \rho_2)/2}{\rho_1 + (\rho_1 + \rho_2)/2} = \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{3\rho_1 + \rho_2}.$$

Поскольку при последовательном соединении проводников напряжение на них падает пропорционально сопротивлению, падение напряжения на резисторе  $R_2$ :

$$V_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U \frac{3\rho_1 + \rho_2}{4\rho_1 + \rho_2},$$

аналогично

$$V_4 = U \frac{R_4}{R_3 + R_4} = U \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4\rho_1 + \rho_2}.$$

Падение напряжения на резисторе  $R_2$  равно сумме падений напряжений на резисторе  $R_4$  и вольтметре:

$$V_2 = V_4 + V, \quad \text{откуда} \quad V = V_2 - V_4 = \frac{U}{2} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$

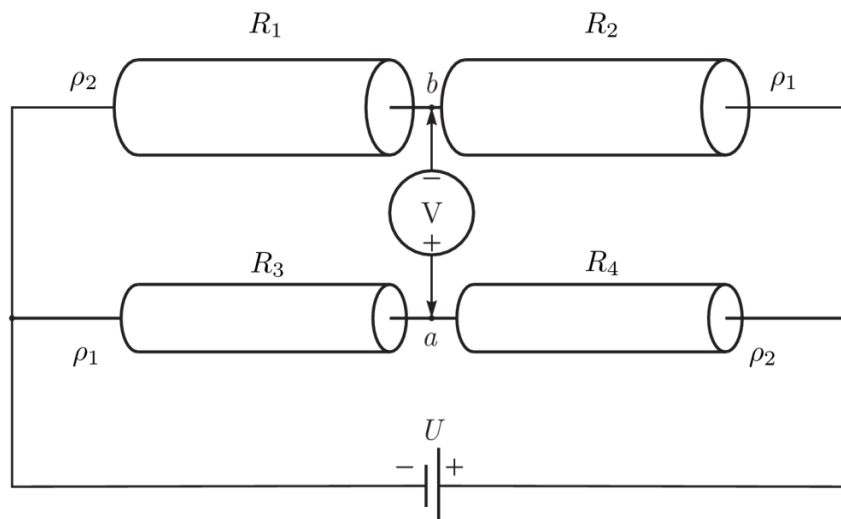


рис. 16

#### Примерные критерии оценивания

Формула расчета сопротивления проводника .....	2 балла
Напряжения на проводнике при последовательном соединении .....	2 балла
Выражение для показания вольтметра .....	6 баллов

### Задача 5. Две шайбы

Поскольку шайбы гладкие, при столкновении действующие между ними силы будут направлены вдоль прямой, соединяющей центры шайб (рис. 17). Введем обозначение  $\vec{v}$  - скорость второй шайбы после столкновения. Поскольку шайбы одинаковы, их массы равны. По закону сохранения импульса скорость первой шайбы после столкновения будет равна  $\vec{v}_0 - \vec{v}$ . Поскольку удар абсолютно упругий, кинетическая энергия сохраняется:

$$v_0^2 = (\vec{v}_0 - \vec{v})^2 + v^2 = v_0^2 - 2v_0 v \cos \alpha + 2v^2, \quad \text{откуда} \quad v = v_0 \cos \alpha.$$

Проекция скорости второй шайбы на ось  $y$  есть  $v \sin \alpha = v_0 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} v_0 \sin 2\alpha$ .

Проекция максимальна при  $\alpha = 45^\circ$ , в этом случае  $d = \sqrt{2}r$ .

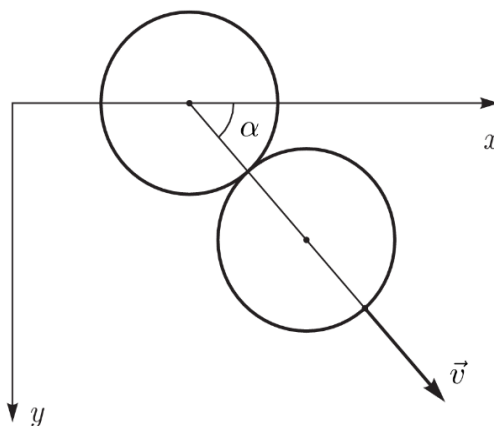


рис. 17

#### Примерные критерии оценивания

Записан закон сохранения импульса .....	1 балл
Записан закон сохранения энергии .....	1 балл
Найдена скорость второй шайбы после удара .....	4 балла
Правильно указано условие максимальности .....	1 балл
Получен ответ .....	3 балла

## 11 класс

### Задача 1. Ускорение доски

Пусть  $m$  — масса бруска,  $a$  — искомое ускорение доски,  $ka$  — ускорение бруска ( $k > 1$ ),  $F$  — величина постоянной силы, действующая на брусок,  $F_{\text{тр}}$  — величина силы трения. Запишем вторые законы Ньютона для бруска и доски в проекции на горизонтальную ось:

$$F - F_{\text{тр}} = mka,$$

$$F_{\text{тр}} = Ma.$$

Если за  $t$  обозначить время движения бруска от одного края доски до другого, то в лабораторной системе отсчёта путь, пройденный бруском, равен  $L_m = kat^2 / 2$ , а путь, пройденный доской, равен  $L_M = at^2 / 2$ . Разность этих путей есть длина доски:

$$L = L_m - L_M.$$

Работа силы, приложенной к бруску, равна

$$A = F \cdot L_m = (mka + Ma) \cdot L_m. \quad (3)$$

Запишем закон сохранения энергии для системы «брусок+доска»:

$$A = \frac{m}{2} (kat)^2 + \frac{M}{2} (at)^2 + Q = mkaL_m + MaL_M + Q.$$

С учётом выражения для работы (3) после сокращения получим:

$$Q = Ma(L_m - L_M) = MaL, \quad \text{откуда} \quad a = \frac{Q}{ML}.$$

#### *Альтернативное решение*

Количество выделившейся при трении теплоты равно произведению силы трения на относительное перемещение трущихся тел:

$$Q = F_{\text{тр}} L, \quad \text{откуда} \quad F_{\text{тр}} = \frac{Q}{L}.$$

Ускорение доски  $a = \frac{F_{\text{тр}}}{M}$ . Следовательно,  $a = \frac{Q}{LM}$ .

#### *Примерные критерии оценивания решения (1)*

Использован второй закон Ньютона для доски .....	1 балл
Использован второй закон Ньютона для бруска .....	1 балл
Записано выражение для пути, пройденного бруском .....	1 балл
Записано выражение для пути, пройденного доской .....	1 балл
Записано выражение для разности путей .....	1 балл
Записан закон сохранения энергии .....	1 балл
Получен ответ .....	4 балла



*Примерные критерии оценивания альтернативного решения*

Формул для количества теплоты $Q = F_{\text{тр}}L$ .....	4 балла
Найдена сила трения .....	2 балла
Найдено ускорение доски .....	4 балла

**Задача 2. Маятник**

Обозначим массу шарика  $m$ , а длину нити  $l$ . Обратим внимание на то, что шарик в любой момент движется по окружности радиуса  $l$ , то есть амплитуда колебаний не должна превышать  $90^\circ$ . Рассмотрим момент, когда нить составляет угол  $\varphi$  с вертикалью. Запишем второй закон Ньютона для шарика в проекции на ось, параллельную нити:

$$m \frac{v^2}{l} = T - mg \cos \varphi. \quad (4)$$

Из закона сохранения энергии найдём квадрат скорости шарика:

$$m \frac{v^2}{2} = mgl(\cos \varphi - \cos \alpha), \quad \text{откуда} \quad mv^2 = 2gl(\cos \varphi - \cos \alpha). \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), получим

$$T = mg(3 \cos \varphi - 2 \cos \alpha).$$

Видно, что сила натяжения нити минимальна при  $\varphi = \alpha$  и равна  $T_{\min} = mg \cos \alpha$ . При  $\varphi$  таком, что  $\cos \varphi = 2 \cos \alpha$ ,  $T = 4T_{\min} = 2mg \cos \varphi$ . В этот момент нормальное ускорение шарика равно

$$a_n = \frac{T - mg \cos \varphi}{m} = g \cos \varphi,$$

а тангенциальное ускорение шарика равно

$$a_\tau = g \sin \varphi.$$

Полное ускорение шарика  $a = g\sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = g$ .

Сила натяжения нити может в 4 раза превышает минимальную, если существует такой угол  $\varphi$ , что  $\cos \varphi = 2 \cos \alpha$ , то есть

$$2 \cos \alpha \leq 1, \quad \text{откуда} \quad \alpha \geq 60^\circ.$$

Значит, описанная в задаче ситуация возможна при  $60^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ .

*Примерные критерии оценивания*

Найдена скорость шарика при заданном отклонении от вертикали .....	2 балла
Для шарика записан второй закон Ньютона в проекции на ось, параллельную нити...	1 балл
Правильно указан момент, когда натяжение нити минимально.....	1 балл
Найдено искомое ускорение.....	3 балла
Указано, что $\alpha < 90^\circ$ .....	1 балл
Найдена минимальная амплитуда колебаний, при которой возможна описанная в задаче ситуация ( $60^\circ$ ) .....	2 балла

### Задача 3. Перезарядка конденсаторов

Нужно рассмотреть два случая: малых напряжений  $U_0$ , когда правый конденсатор вообще не будет заряжаться, так как напряжение на среднем конденсаторе не превзойдёт напряжение открытия диода  $U_D$ , и случая, когда заряжается и правый конденсатор. Если диод не открывается, то первоначальный заряд левого конденсатора делится поровну между двумя конденсаторами. Напряжения на конденсаторах через большой промежуток времени после замыкания ключа:

$$U_1 = \frac{U_0}{2}, \quad U_2 = \frac{U_0}{2}, \quad U_3 = 0 \quad (\text{конденсаторы пронумерованны слева направо}).$$

Видно, что этот случай реализуется при  $U_D \geq U_0 / 2$ . Выделившееся в цепи количество теплоты  $Q$  найдём из закона сохранения энергии:

$$Q = \frac{CU_0^2}{2} - 2 \frac{C(U_0/2)^2}{2} = \frac{CU_0^2}{4}.$$

Поскольку ток через диод не тѣк, всё тепло выделилось на резисторе.

Теперь рассмотрим случай  $U_D < U_0 / 2$ . При зарядке правого конденсатора напряжение на нём  $U_3$  будет меньше, чем напряжение на среднем  $U_2$  на величину  $U_D$ . Напряжения на левом и среднем конденсаторах  $U_1$  и  $U_2$  к окончанию перезарядки будут равными:  $U_1 = U_2 = U$ . Условие сохранения заряда:

$$CU_0 = 2CU + C(U - U_D), \quad \text{откуда} \quad U = \frac{U_0 + U_D}{3}.$$

Общее количество теплоты, выделившееся к концу процесса в схеме будет равно разности начальной и конечной энергий конденсаторов:

$$Q = \frac{CU_0^2}{2} - 2 \frac{CU^2}{2} - \frac{C(U - U_D)^2}{2} = \frac{C(U_0^2 - U_D^2)}{3}.$$

Напряжение на третьем конденсаторе:  $U_3 = U - U_D = \frac{(U_0 - 2U_D)}{3}$ .

Тепло, выделившееся на диоде

$$Q_D = q_D \cdot U_D,$$

где  $q_D = CU_3$  — заряд правого конденсатора к концу процесса перезарядки. Таким образом

$$Q_D = \frac{C U_0 U_D - 2U_D^2}{3}.$$

Остальное тепло выделится на резисторе:

$$Q_R = Q - Q_D = \frac{C(U_0^2 - U_0 U_D + U_D^2)}{3}.$$

*Примерные критерии оценивания*

Рассмотрен и проанализирован случай $U_D \geq U_0 / 2$ .....	3 балла
Для случая $U_D < U_0 / 2$ :	
Указано, что $U_3 = U_2 - U_D$ .....	1 балл
Указано, что $U_1 = U_2$ .....	1 балл
Найдены напряжения $U_1, U_2, U_3$ .....	1 балл
Записан закон сохранения энергии .....	1 балл
Найдено всё выделившееся тепло $Q$ .....	1 балл
Найдено тепло, выделившееся на диоде $Q_D$ .....	1 балл
Найдено тепло, выделившееся на резисторе $Q_R$ .....	1 балл

**Задача 4. Циклический процесс**

График процесса состоит из четырёх прямых, каждую из которых можно задать уравнением вида

$$y + nx = c, \tag{6}$$

где  $y = \ln(p / p_0)$ ,  $x = \ln(V / V_0)$ , а  $c$  — некоторая константа. Для участков АВ и CD  $n = 1$ , а для участков ВС и AD  $n = 4/3$ . Произведя потенцирование выражения (6), получим

$$pV^n = c_1, \quad \text{где} \quad c_1 = p_0 V_0^n e^{c_1}.$$

Участки АВ и CD описываются уравнением  $pV = \text{const}$ , то есть являются изотермами, а участки ВС и AD описываются уравнением  $pV^{4/3} = \text{const}$ , то есть являются адиабатами (газ многоатомный). Значит, исследуемый процесс есть цикл Карно, его КПД

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где  $T_1$  — температура на верхней изотерме, а  $T_2$  — на нижней. Из уравнения состояния идеального газа следует, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_D V_D}{p_B V_B} = \frac{p_D}{p_B} = e^{-0,2} = 0,82.$$

Откуда

$$\eta = 18\%.$$

*Примерные критерии оценивания*

Показано, что участки АВ и CD — изотермы .....	2 балла
Показано, что участки ВС и AD — адиабаты .....	2 балла
Выражение для КПД цикла Карно .....	2 балла
Получен ответ .....	4 балла

### Задача 5. Провисла-натянулась

1. Пусть  $T$  — сила натяжения резинки, тогда сила, действующая со стороны блока на брусок 3 равна  $2T$ . Ускорения брусков обозначим  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  соответственно. По второму закону Ньютона

$$m_1 a_1 = T; m_2 a_2 = T; m_3 a_3 = 2T.$$

Тогда тоже отношение справедливо для изменения импульсов (с учётом направлений)

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 = V - v_3 \frac{m_3}{2}.$$

Скорость изменения длины резинки  $dL/dt = 2v_3 - (v_1 + v_2)$  при наибольшем растяжении обращается в ноль, то есть  $v_1 + v_2 = 2v_3$ .

Откуда

$$v_3 = V \frac{m_3 (m_1 + m_2)}{4m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_3 m_2};$$

$$v_1 = V \frac{2m_3 m_2}{4m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_3 m_2};$$

$$v_2 = V \frac{2m_3 m_1}{(4m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_3 m_2)}.$$

2. Остаётся в силе следствие второго закона Ньютона

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 = \frac{m_3 (V - v_3)}{2}.$$

При возвращении резинки снова в ненатянутое состояние, по закону сохранения энергии:

$$m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2} + m_3 \frac{v_3^2}{2} = m_3 \frac{V^2}{2}.$$

Откуда

$$v_3 = V \frac{m_1 m_3 + m_3 m_2 - 4m_1 m_2}{4m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_3 m_2};$$

$$v_1 = V \frac{4m_3 m_2}{4m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_3 m_2};$$

$$v_2 = V \frac{4m_3 m_1}{(4m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_3 m_2)}.$$

3. Подставляю в полученную в первом пункте формулу числовые значения, находим

$$v_3 = \frac{9}{17} \text{ м/с}.$$

*Примерные критерии оценивания*

Записаны вторые законы Ньютона для брусков.....	1 балл
Из связи между ускорениями получена связь между скоростями .....	1 балл
Пункт 1:	
Найдены искомые скорости .....	3 балла
Пункт 2:	
Записан закон сохранения энергии.....	1 балл
Найдены искомые скорости .....	3 балла
Пункт 3:	
Получен ответ .....	1 балл